



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE



SOCIETATEA
DE ȘTIINȚE
MATEMATICE
DIN ROMÂNIA

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - VÂLCEA
17.02.2018
CLASA A X-A**

SUBIECTUL 1

- a) Arătați că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3 \cdot 6^x - 6 \cdot 3^x - 2^x + 3$ nu este injectivă.
- b) Fie funcția $f: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*, f(n) = 2018n - 2017$ și $G = \{g: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^* \mid g \circ f = 1_{\mathbb{N}^*}\}$.
Arătați că funcția definită prin $g(n) = \left\lceil \frac{n+2017}{2018} \right\rceil$; $g: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$ este din mulțimea G.
Există $h \in G$ astfel încât să avem și $f \circ h = 1_{\mathbb{N}^*}$? Argumentați răspunsul.

SUBIECTUL 2

- a) Arătați că funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2 + \lg x$ este strict crescătoare.
- b) Rezolvați sistemul

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = \lg \frac{y}{x} \\ 3^{x^2+y^2-1} - 4 \cdot 3^{xy} + 9 = 0 \end{cases}.$$

SUBIECTUL 3

Să se rezolve ecuațiile:

- (i) $\sqrt{2^{x-\frac{\pi}{4}} + 2^{\frac{\pi}{4}-x}} = \sin x + \cos x.$
- (ii) $[\log_{27} x] + [\log_{27} 3x] + [\log_{27} 9x] = \log_3 \frac{81}{\sqrt[3]{x}}.$

SUBIECTUL 4

- a) Se dau numerele complexe de modul r $z_1 = a + bi$ și $z_2 = b + ai$. Arătați că $z_1 = \frac{r^2 i}{z_2}$.
- b) Pe tablă, profesorul scrie din culegere p numere complexe $z_k = a_k + b_k i$ de modul $|z_k| = k, k = 1, 2, \dots, p$ pe care elevii trebuie să le înmulțească. Din greșală, la fiecare număr complex profesorul schimbă între ele părțile reale și imaginare și astfel elevii obțin rezultatul $-p!$ Care este rezultatul înmulțirii în culegerea de probleme?

*Probleme selectate de prof. Gorgotă Vasile, CN "Alexandru Lahovari" Rm. Vâlcea
Prof. Nițu Constantin, Liceul "Constantin Brâncoveanu", Horezu*

Notă : Timp de lucru: 3 ore

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Toate subiectele sunt obligatorii.